

DOI: 10.16285/j.rsm.2020.1461

基于 Weibull 分布的高温岩石统计损伤本构模型及其验证

蒋浩鹏, 姜谔男, 杨秀荣

(大连海事大学 道路与桥梁工程研究所, 辽宁 大连 116026)

摘 要: 处在高温环境下的岩石力学性质可能发生劣化进而导致岩体稳定性降低, 因此研究高温作用下岩石的本构行为具有重要意义。基于现有岩石统计损伤本构模型研究, 引入 Weibull 分布函数和热损伤变量, 在微元体强度服从 Mohr-Coulomb (简称 M-C) 准则的条件下, 建立了高温作用岩石统计损伤本构模型, 并确定了参数表达式。验证阶段首先与文献中的理论曲线进行对比分析, 验证了模型的合理性, 最后采用不同温度条件下 (25、80、100、150 °C) 砂岩三轴压缩试验结果对模型进行了验证。结果表明: 建立的高温岩石统计损伤本构模型理论曲线与文献中的理论曲线具有相同的趋势, 体现了本构模型的合理性和准确性。同时模型理论曲线与砂岩三轴试验曲线具有较高的吻合度, 说明本构模型能够反映出砂岩的破裂应力-应变过程, 能够体现出模型的适用性, 且本模型不包含非常规力学参数, 物理意义明确。研究成果可为高温热处理岩石力学的相关计算与数值模拟提供理论支撑。

关 键 词: Weibull 分布; 高温岩石; Mohr-Coulomb 准则; 热损伤; 本构模型

中图分类号: TU 451

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2021) 07-1894-09

Statistical damage constitutive model of high temperature rock based on Weibull distribution and its verification

JIANG Hao-peng, JIANG An-nan, YANG Xiu-rong

(Institute of Road and Bridge Engineering, Dalian Maritime University, Dalian, Liaoning 116026, China)

Abstract: The decrease of rock stability is caused by the possible deterioration of rock mechanical properties under high temperature environment. Therefore, the study of the constitutive behavior of rocks under high temperature is of great significance. Based on the recent researches of statistical rock damage constitutive model, the statistical damage constitutive model of rock after high temperature is established by adopting M-C criterion with the thermal damage variable and Weibull distribution function and the parameter expression is determined. The model is compared with the theoretical curve to verify its rationality. Finally, the model is verified by the uniaxial compression test results of sandstone under different temperature conditions (e.g., 25°C, 80°C, 100°C, 150°C). The results show that the theoretical curve of statistical damage constitutive model of the high-temperature rock established in this paper has the same trend as the theoretical curve in the literature, proving that the established constitutive model is reasonable. The theoretical curve of the model is in good agreement with the curve obtained in the experiments, implying that it can represent the stress-strain characteristics of sandstone failure under the condition of uniaxial test. This model does not contain unconventional mechanical parameters, and the physical meaning is clear. The research results can provide theoretical support for related calculations and numerical simulations of rock mechanics after high-temperature treatment.

Keywords: Weibull distribution; high temperature rock; Mohr-Coulomb criterion; thermal damage; constitutive model

1 引 言

随着诸如地热资源开发、深部矿产资源开采等

高温岩体及地下工程建设的不断发展, 与高温作用下岩石的物理力学特性相关的研究也越来越多^[1-6]。通常条件下, 高温作用会使岩石的力学性质发生劣

收稿日期: 2020-09-29

修回日期: 2021-03-24

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 52078093, No. 51678101); 辽宁省兴辽英才项目 (No. XLYC1905015)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (52078093, 51678101) and Liaoning Revitalization Talents Program (XLYC1905015).

第一作者简介: 蒋浩鹏, 男, 1995 年生, 博士研究生, 主要从事岩石力学与工程研究。E-mail: hoeprjiang_2017@126.com

通讯作者: 姜谔男, 男, 1971 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩石力学及地下工程研究。E-mail: jiangannan@163.com

化, 进而影响其承载能力和岩体的稳定性, 因此建立客观合理的本构模型是了解及判断高温作用下岩石力学性能的关键。

为此, 大量学者通过试验及本构模型从不同角度研究高温对岩石物理力学性质的影响。在试验方面, 胡少华等^[7]开展不同温度处理下花岗岩的物理力学测试; 赵怡晴等^[8]采用 X 射线衍射等试验手段对某砂岩试样不同温度下 (250~900 °C) 力学性质变化情况进行了研究, 得出随温度升高孔隙增加导致强度降低的结论; 方新宇等^[9]定义了热损伤变量, 从损伤力学角度研究花岗岩在拉伸破坏条件下的热损伤特性, 得到了随着温度的升高, 花岗岩试样发生脆-塑性转化的结论。这些学者所得出的结论均证实了高温对岩石具有热损伤效应; 在本构模型方面, 统计损伤本构模型可以合理地描述岩石损伤演化过程的缺陷, 能够较好地反映出高温作用岩石损伤的力学机制, 其中, 曹文贵等^[10]认为损伤本构模型的关键是 Weibull 参数, 并基于 Drucker-Prager (简称 D-P) 准则建立了岩石损伤统计本构模型; Chaki 等^[11]通过试验研究了岩石热损伤的破坏机制, 建立了热损伤本构模型, 并通过模型解释了破坏特征; 王军保等^[12]根据试验建立了引入损伤修正系数的岩石损伤统计本构模型; 李树春等^[13]同样采用 Weibull 分布函数建立本构模型, 但未考虑高温适用性; 李天斌等^[14]考虑温度对 Weibull 函数的影响并引入 D-P 准则建立了考虑温度效应的热-力损伤本构模型, 但同样并未验证高温的适用性, 仅有 3 组温度试验对比, 且上述研究中微元体强度基本上是考虑以 D-P 准则作为破坏依据, 但相对 D-P 准则, M-C 准则更适合应用于岩石破坏阶段。为此, 本文在前人的研究基础之上, 假定岩石微元体强度服从 Weibull 分布, 引入热损伤变量、损伤修正系数、阈值应力、阈值应变等参数, 建立微元体强度满足考虑温度效应的 M-C 准则的高温岩石统计损伤本构模型, 并通过文献[6]的单轴试验数据和本文三轴试验数据进行对比, 验证所提模型的合理性和适用性。

2 高温岩石统计损伤本构模型

2.1 损伤变量和统计分布函数

根据热损伤概念^[15]可知, 当温度较高时, 岩石内不可避免地会产生大量细观裂纹, 并随着温度的升高而逐渐扩展, 致使弹性模量发生显著减小, 说明温度对岩石造成了损伤, 因此本文选择弹性模量表达热损伤变量^[15], 重点表述温度对岩石受力性能的影响, 故定义热损伤 D_T 为

$$D_T = 1 - \frac{E_T}{E_0} \quad (1)$$

式中: E_T 为温度 T 作用下的弹性模量; E_0 为常温 (25 °C) 的弹性模量。

由于高温作用下岩石材料颗粒不均匀且分布较为随机, 同时岩石微元体包含了大量的微观裂纹和裂隙, 其强度值也是随机变化的。由文献[16-18]可知, 基于 Weibull 的概率分布函数具有容易积分、均值大于 0 和取值范围大于 0 等特点, 满足岩石受压破坏统计特征。因此, 本文假定高温作用下岩石微元体强度服从 Weibull 分布函数, 故引入 Weibull 分布并类比常温状态下的概率密度函数, 得到:

密度函数 $f(x)$ 为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{m}{K} \left(\frac{x}{K} \right)^{m-1} \exp \left[- \left(\frac{x}{K} \right)^m \right] \\ 0 \end{cases} \quad (2)$$

分布函数 $F(x)$ 为

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{K} \right)^m \right] \quad (3)$$

式中: x 为微元体强度值; m 、 K 分别为关于 Weibull 分布函数影响岩石微元体形状、尺寸的参数, 随着温度的改变而改变, 因此, 高温作用热损伤会对参数 m 、 K 产生影响^[19-22]。根据已有研究, 本文假设 $K(T)$ 与 $m(T)$ 受温度热损伤影响规律相似, 对于不同温度作用下岩石的 Weibull 参量为

$$\left. \begin{aligned} m(T) &= m_0 (1 - D_T) \\ K(T) &= K_0 (1 - D_T) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: m_0 、 K_0 均为 25 °C 时岩石的 Weibull 参量; $m(T)$ 、 $K(T)$ 均为不同温度 T 作用下岩石的 Weibull 参量。

根据刘泉声等^[15]提出的热损伤概念和损伤力学理论^[21], 高温对岩石的损伤多为统计热损伤, 且岩石微元体服从统计分布。不断累加微裂纹、孔隙的岩石微元体的最终破坏会使岩石强度性能降低继而导致损伤。根据文献[15], 可知破坏微元体的数量是一个假设的随机变化量。故本文定义岩石总损伤 D 为高温作用下某一应力状态下发生破坏的微元体数量 N_F 与总体微元体数量 N 的比值^[17,22], 即

$$D = \frac{N_F}{N} \quad (5)$$

岩石细观上是由随机非均质的颗粒微元体结合而成, 当微元体强度 $f(\sigma)$ 超过某一强度时, 微元体开始相继破裂, 得到发生破裂的微元体数量 N_F 为

$$N_F = \int_0^{f(\sigma)} N \cdot f(\sigma) d\sigma = N \int_0^{f(\sigma)} f(\sigma) d\sigma \quad (6)$$

式中: σ 为应力值。

故根据式 (4) ~ (6) 得到岩石总损伤为

$$D = \frac{N \int_0^{f(\sigma)} f(\sigma) d\sigma}{N} = \int_0^{f(\sigma)} f(\sigma) d\sigma \quad (7)$$

将式 (3)、(4) 代入式 (7), 积分后得到:

$$D = 1 - \exp \left[- \left(\frac{f(\sigma)}{K_0(1-D_T)} \right)^{m_0(1-D_T)} \right] \quad (8)$$

根据式 (8) 可知, 岩石总损伤 D 与热损伤 D_T 有关, 反映了热-力效应。

根据 Lemaitre 应变等价原理^[16]和有效应力概念, 在试验中测得的应力条件下 (名义应力) 损伤岩石产生的应变等于有效应力条件下损伤岩石产生的有效应变。同时有学者认为在三轴试验过程中, 由于试件摩擦力及围压的影响, 在破坏之后其内部微元体依然具有传递压剪应力的能力, 存在一定的残余强度^[17], 故引入损伤修正系数 η , 其中 $0 < \eta < 1$ 。则三维各项同性的名义应力 σ_i ($i=1,2,3$) 和有效应力 σ_i^* ($i=1,2,3$) 的关系为

$$\sigma_i^* = \frac{\sigma_i}{1-\eta D} \quad (i=1,2,3) \quad (9)$$

Tian 等^[18]认为高温作用下岩石应力-应变具有明显的弹性阶段, 故根据广义胡克定律可得

$$\varepsilon_i = \frac{1}{E} \left[\sigma_i^* - \mu(\sigma_j^* + \sigma_k^*) \right], \quad (i,j,k=1,2,3) \quad (10)$$

式中: ε_i 为应变值; μ 为泊松比; E 为弹性模量。

将式 (9) 代入式 (10) 中, 得到

$$\varepsilon_i = \frac{1}{E(1-\eta D)} \left[\sigma_i - \mu(\sigma_j + \sigma_k) \right], \quad (i,j,k=1,2,3) \quad (11)$$

将式 (8) 代入式 (11) 中, 得到:

$$\varepsilon_i = \frac{1}{E \left[1 - \eta + \eta \exp \left[- \left(\frac{f(\sigma)}{K_0(1-D_T)} \right)^{m_0(1-D_T)} \right] \right]} \cdot \quad (12)$$

$$\left[\sigma_i - \mu(\sigma_j + \sigma_k) \right], \quad (i,j,k=1,2,3)$$

经整理, 得

$$\sigma_i = \varepsilon_i E \left[1 - \eta + \eta \exp \left[- \left(\frac{f(\sigma)}{K_0(1-D_T)} \right)^{m_0(1-D_T)} \right] \right] + \mu(\sigma_j + \sigma_k) \quad (13)$$

将式 (1) 整理后代入式 (13) 中, 得考虑温

度效应的岩石损伤方程为

$$\sigma_i = E_0(1-D_T) \varepsilon_i \left[1 - \eta + \eta \exp \left[- \left(\frac{f(\sigma)}{K_0(1-D_T)} \right)^{m_0(1-D_T)} \right] \right] + \mu(\sigma_j + \sigma_k) \quad (14)$$

2.2 微元体强度

本文的微元体是指细观损伤统计的最小单位, 小到可以当作连续损伤力学的质点概念来考虑, 但是在该单位上又充分具备应力-应变的力学作用特点。微元体遵循某统计分布特征, 体现了颗粒非均质性和微裂隙分布状态, 所有微元体的统计特性决定了介质材料的宏观特性。

在岩石单轴和三轴试验的过程中, 当温度升高时, 岩石的内摩擦角逐渐增大, 反之黏聚力会减小。且 M-C 强度准则具有参数简单、较易计算且适用于岩石分析等特点, 故根据文献[18-19]可知考虑温度效应的 M-C 强度准则为

$$\sigma_1^* - \sigma_3^* - (\sigma_1^* + \sigma_3^*) \sin \varphi_T - 2c_T \cos \varphi_T = 0 \quad (15)$$

式中: c_T 、 φ_T 分别为不同温度作用下岩石的黏聚力和内摩擦角。

根据文献[19]及式 (15) 得到高温作用下岩石微元体强度 $f(\sigma)$ 为

$$f(\sigma) = \sigma_1^* - \sigma_3^* - (\sigma_1^* + \sigma_3^*) \sin \varphi_T \quad (16)$$

由于该式包括有效应力, 需要用名义应力表示, 故根据名义应力与有效应力的转化关系式 (9), 得

$$\sigma_1^* = \frac{\sigma_1}{1-\eta D} \quad (17)$$

$$\sigma_3^* = \frac{\sigma_3}{1-\eta D} \quad (18)$$

根据式 (11) 进行转化, 得到:

$$\sigma_1^* = \frac{\sigma_1}{1-\eta D} = \frac{\sigma_1 \varepsilon_1 E}{\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)} \quad (19)$$

$$\sigma_3^* = \frac{\sigma_3}{1-\eta D} = \frac{\sigma_3 \varepsilon_1 E}{\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)} \quad (20)$$

将式 (19)、(20) 代入至式 (16) 中, 得到高温作用下且基于 M-C 破坏准则的岩石微元体强度:

$$f(\sigma) = \frac{\sigma_1 \varepsilon_1 E - \sigma_3 \varepsilon_1 E - \sin \varphi_T (\sigma_1 \varepsilon_1 E + \sigma_3 \varepsilon_1 E)}{\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)} \quad (21)$$

2.3 高温统计损伤本构模型

在外力作用下, 岩石变形破坏是内部裂纹产生、压密、扩展并汇通的过程^[23-24]。当应力值低于临界开裂应力时, 岩石内部裂隙并无扩展的迹象且

不产生损伤现象，因此，岩石变形破坏过程存在阈值点，故本文定义该阈值点所对应的应力为阈值应力 σ_c ，应变为阈值应变 ε_c 。根据文献[17, 22]可知，阈值应力与阈值应变与温度有直接性关系，温度升高，阈值应力减小而阈值应变增大。阈值应力与阈值应变是与峰值应力相关，而不同温度作用下峰值应力不同，进而导致了不同温度下阈值应力与阈值应变不同。

由于在持续荷载作用下，岩石内部初始裂缝逐

渐闭合并经历线弹性阶段，阈值应力在应力-应变上较难获得，因此损伤阈值点也较难发现。目前，Martin 等^[20]通过对 Lac du Bonnet 花岗岩进行三轴压缩试验，提出了花岗岩阈值应力的计算方法，认为 $\sigma_c = 40\%\sigma_D$ (σ_D 为峰值应力，如图 1 所示)。故本文拟采用峰值应力的 40% 作为阈值应力，即 $\sigma_c = 40\%\sigma_D$ ，且对应的应变为阈值应变 ε_c 。

将式 (21) 代入式 (14) 中，能够得到在损伤阈值点后的岩石损伤本构模型：

$$\sigma_i = E_0(1-D_T)\varepsilon_i \left\{ 1 - \eta + \eta \exp \left[- \left(\frac{\sigma_1 \varepsilon_1 E - \sigma_3 \varepsilon_1 E - \sin \phi_T (\sigma_1 \varepsilon_1 E + \sigma_3 \varepsilon_1 E)}{[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] K_0 (1-D_T)} \right)^{m_0(1-D_T)} \right] \right\} + \mu(\sigma_j + \sigma_k) \quad (22)$$

在损伤阈值点之前，结合二次函数进行拟合能够得到岩石的本构关系，且应力-应变曲线经过坐标原点，故函数可设为

$$\sigma_i = A\varepsilon_i^2 + B\varepsilon_i \quad (23)$$

式中：A、B 分别为二次函数的拟合系数。

结合式 (22)、(23) 能够得到基于 Weibull 分布及 M-C 破坏准则的高温岩石统计损伤本构模型：

$$\sigma_i = \begin{cases} A\varepsilon_i^2 + B\varepsilon_i, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \\ E_0(1-D_T)\varepsilon_i \left\{ 1 - \eta + \eta \exp \left[- \left(\frac{f(\sigma)}{K_0(1-D_T)} \right)^{m_0(1-D_T)} \right] \right\} + \\ \mu(\sigma_j + \sigma_k), & \varepsilon > \varepsilon_c \end{cases} \quad (24)$$

3 本构模型参数确定

由于本文提出的本构模型参数较为复杂，但部分涉及的参数包括 E 、 μ 、 c_T 、 ϕ_T 均可通过高温作用后岩石常规单轴及三轴试验测得，同时系数确定还需要根据试验数据得到不同温度作用下岩石的峰值应力和峰值应变。在高温岩石三轴试验中，同样能够测得表观应力（名义应力） σ_1 、 σ_2 、 σ_3 ($\sigma_2 = \sigma_3$) 和应变 ε_1 。

3.1 确定参数 m 、 K

当 $\varepsilon > \varepsilon_c$ 时，为了求解参数，将式 (21) 代入式 (24)，同时也可简化为

$$\left. \frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_1} \right|_{\substack{\sigma=\sigma_D \\ \varepsilon=\varepsilon_D}} = 0 = E \left\{ 1 - \eta + \eta \exp \left[- \left(\frac{f(\sigma_D)}{K} \right)^m \right] + \varepsilon_D e^{-\left(\frac{f(\sigma_D)}{K} \right)^m} \right\} \left\{ -m \left(\frac{f(\sigma_D)}{K} \right)^{m-1} \right\} \left\{ \frac{\sigma_D E - \sigma_3 E - \sin \phi_T (\sigma_D E + \sigma_3 E)}{K(\sigma_D - 2\mu\sigma_3)} \right\} \quad (28)$$

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1 \left\{ 1 - \eta + \eta \exp \left[- \left(\frac{f(\sigma)}{K} \right)^m \right] \right\} + 2\mu\sigma_3 \quad (25)$$

其中：

$$f(\sigma) = \frac{\sigma_1 \varepsilon_1 E - \sigma_3 \varepsilon_1 E - \sin \phi_T (\sigma_1 \varepsilon_1 E + \sigma_3 \varepsilon_1 E)}{\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)} \quad (26)$$

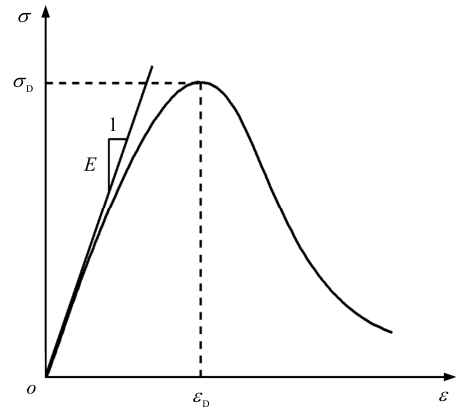


图 1 三轴压缩应力-应变示意图

Fig.1 The stress-strain curve under triaxial compression state

如图 1 所示，峰值点应变为 ε_D ，峰值点应力为 σ_D 。应力-应变曲线在应力峰值时满足本构模型，即：

$$\sigma|_{\varepsilon_1=\varepsilon_D} = \sigma_D \quad (27)$$

应力-应变曲线在峰值处的一阶导数为 0，即

其中:

$$f(\sigma_D) = \frac{\sigma_D \varepsilon_D E - \sigma_3 \varepsilon_D E - \sin \varphi_T (\sigma_D \varepsilon_D E + \sigma_3 \varepsilon_D E)}{\sigma_D - 2\mu\sigma_3} \quad (29)$$

联立式 (25)、(27) 及式 (28) 即可确定 m 值与 K 值。

3.2 确定参数 A 、 B

岩石试验中产生的变形破坏是一个连续变化的过程, 应力-应变曲线在压缩段和损伤演化阶段

$$\left. \frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_1} \right|_{\substack{\sigma=\sigma_C \\ \varepsilon=\varepsilon_C}} = E \left\{ 1 - \eta + \eta \left[\exp \left[- \left(\frac{f(\sigma_C)}{K} \right)^m \right] + \varepsilon_C e^{\left[- \left(\frac{f(\sigma_C)}{K} \right)^m \right]} \right] \cdot \left\{ -m \left(\frac{f(\sigma_C)}{K} \right)^{m-1} \right\} \frac{\sigma_C E - \sigma_3 E - \sin \varphi_T (\sigma_C E + \sigma_3 E)}{K(\sigma_C - 2\mu\sigma_3)} \right\} = 2A\varepsilon_C + B \quad (32)$$

联立式 (30)、(32) 即可确定参数 A 和 B 。

4 模型验证及分析

4.1 文献对比

本文拟选取文献[6]中不同温度处理下花岗岩的单轴 ($\sigma_2 = \sigma_3 = 0$) 试验结果 (根据多次与试验结果的拟合得到修正系数 η 取 0.98), 以验证本文建立的高温岩石统计损伤本构模型的合理性。该试验得到的相关数据如表 1 所示。

的变化规律连续, 即

$$E\varepsilon_C \left[1 - \eta + \eta \exp \left[- \left(\frac{f(\sigma_C)}{K} \right)^m \right] \right] + 2\mu\sigma_3 = A\varepsilon_C^2 + B\varepsilon_C \quad (30)$$

其中:

$$f(\sigma_C) = \frac{\sigma_C \varepsilon_C E - \sigma_3 \varepsilon_C E - \sin \varphi_T (\sigma_C \varepsilon_C E + \sigma_3 \varepsilon_C E)}{\sigma_C - 2\mu\sigma_3} \quad (31)$$

根据表 1 数据, 能够得到峰值应力、峰值应变及弹性模量随温度的变化规律, 见图 2。从图 2 中可看出: 在 400 °C 时, 由于试验离散性的影响, 花岗岩的弹性模量会升高, 但总体上, 抗压强度是随着温度的升高而逐渐降低, 说明高温作用会使花岗岩力学性质发生劣化, 进而使其强度降低, 产生损伤效应; 随着温度升高, 花岗岩试样的弹性模量不断减小、峰值应变的总体趋势逐渐增大, 可知应力-应变曲线会随温度的增加而向右移动, 说明花岗岩

表 1 不同温度下的试验数据^[6]

Table 1 The measured mechanical parameters at different temperatures^[6]

温度 $T/^\circ\text{C}$	黏聚力 c_t/MPa	内摩擦角 $\varphi_t/(^\circ)$	弹性模量 E/GPa	峰值应力 σ_D/MPa	峰值应变 $\varepsilon_D/10^{-3}$	阈值应力 σ_C/MPa	阈值应变 $\varepsilon_C/10^{-3}$	泊松比 μ
25	19.81	47.36	35.438	120.05	4.14	48.02	2.25	0.14
200	14.65	52.86	31.188	121.15	4.78	48.46	2.41	0.15
400	14.41	52.20	32.650	97.30	4.21	38.92	2.58	0.18
600	17.58	53.29	14.927	54.49	5.87	21.80	3.18	0.14
800	15.15	50.87	12.053	41.84	5.44	16.74	3.32	0.17
1 000	16.48	50.00	3.870	19.27	6.49	7.71	3.52	0.19

注: 阈值应力 $\sigma_C = 40\%\sigma_D$ 。

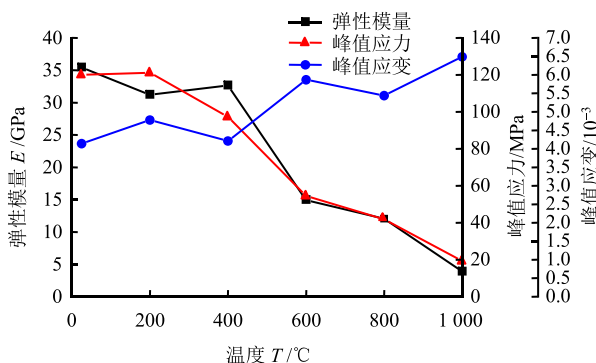


图 2 峰值应力、应变及弹性模量随温度变化图

Fig.2 Variation of peak stress, strain and elastic modulus with temperature

塑性性能增强相对其弹性降低。

对于本文所建立本构模型的参数而言, 根据表 1 数据及上述参数计算过程可分别得到不同温度下的参数 m 、 K 、 A 和 B , 如表 2 所示。

同时, 由表 2 可得到本构方程中 Weibull 分布函数参数 m 、 K 随温度的变化曲线, 如图 3 所示。从图 3 看出 m 值随温度 T 逐渐减小后增大; 在温度达到 600 °C 时 m 值最小。 K 值随温度 T 在 25~1 000 °C 时逐渐减小, 这是因为 m 值不仅影响微元体形状, 也反映岩石的塑性性质, 随着温度升高塑性增强相对弹性减弱; 当温度为 200 °C 时, 峰值应

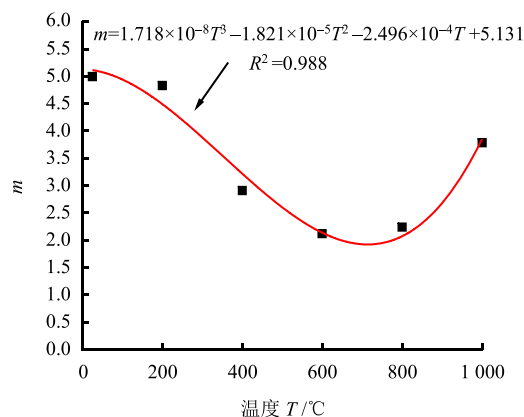
力最大, K 值也最大, 因此 K 值决定了峰值强度。故参数规律符合文献[6]中参数的变化趋势, 故本文所构建的本构模型具有一定的合理性。

由式 (24) 能够得到不同温度下岩石应力-应变关系的理论曲线与文献[6]的对比图, 见图 4。首先从对比图中可以看出: 本文得到的理论结果与文献[6]中的理论与试验结果总体趋势相同, 且都可以反映出花岗岩强度和变形随温度变化的规律, 表明本文提出的基于 Weibull 分布的高温岩石统计损伤本构模型能够体现出不同温度作用和单轴压缩试验下花岗岩的变形特征, 且可以很好地表征出不同温度作用下岩石应力-应变过程曲线, 但同时也存在一定偏差, 偏差在合理范围内, 原因是在方程建立过程中破坏准则选择不同导致设置参数的不同。从文献[6]可知, 其建立的本构模型与试验数据对比偏差较大, 而本文模型在应力-应变曲线的峰后阶段

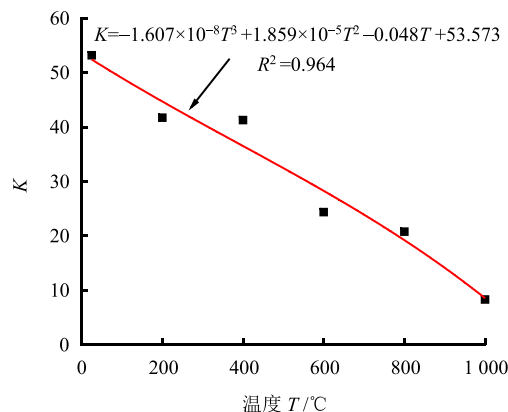
表 2 不同温度下本构模型参数值

Table 2 Parameter values in constitutive model at different temperatures

温度 $T/^\circ\text{C}$	m	K	$A/10^5$	$B/10^5$
25	4.997	53.179	-7.489	0.368
200	4.832	41.711	-1.725	0.314
400	2.907	41.260	-28.229	0.375
600	2.119	24.350	-11.352	0.167
800	2.240	20.755	-10.433	0.138
1 000	3.786	8.296	-1.061	0.041



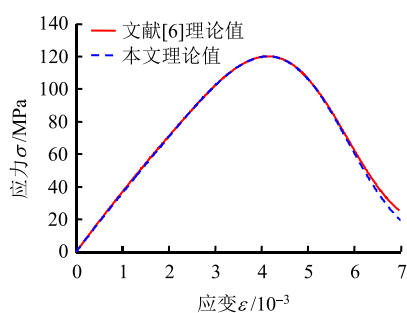
(a) m - T 曲线



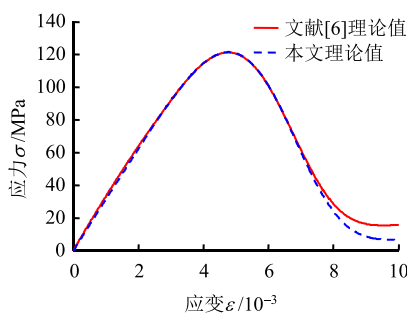
(b) K - T 曲线

图 3 m 、 K 随温度的变化规律

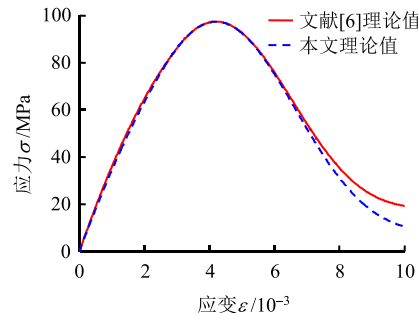
Fig.3 Variation of m and K with temperature



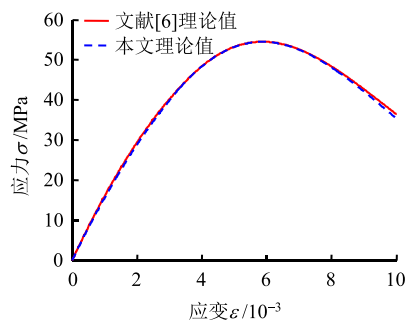
(a) $T=25\ ^\circ\text{C}$



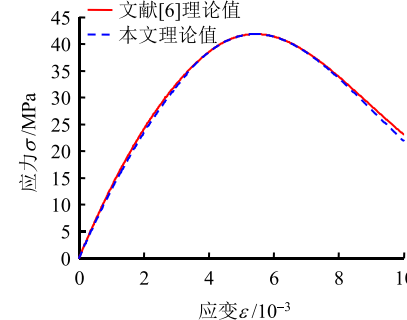
(b) $T=200\ ^\circ\text{C}$



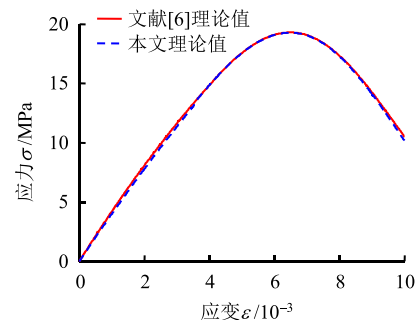
(c) $T=400\ ^\circ\text{C}$



(d) $T=600\ ^\circ\text{C}$



(e) $T=800\ ^\circ\text{C}$



(f) $T=1\ 000\ ^\circ\text{C}$

图 4 不同温度下应力-应变曲线与文献[6]曲线对比图

Fig.4 Comparison of stress-strain curves with the curves in literature [6] at different temperatures

与其试验结果更加贴合,更加说明本文所建模型应用在岩石单轴试验上的准确性和合理性。

4.2 试验验证

为了验证本文模型的适用性,选取不同温度条件下(25、60、100、150 °C)砂岩三轴试验结果对本文所建本构模型进行验证。

岩石试样取自湖南某隧道工程的砂岩地层,将同一掌子面的岩块取回实验室采用 ZS-200 自动取芯机取芯和 SHM-200 双端面磨石机打磨加工制成直径为 50 mm、高为 100 mm 的圆柱状标准试样。试验仪器采用大连海事大学和长春朝阳试验机厂联合研制的多功能 RLW-2000 岩石三轴仪,图 5 所示为试样与仪器。试样允许的高度偏差不大于 5 mm 且直径偏差不大于 0.3 mm。

实时加热速率控制在 4 °C/min,当升至预设温

度时停止加热并保持恒温 4 h,试验过程采用位移加载模式进行,位移加载速度控制在 0.05 mm/min。结合试验数据及上述本构模型参数的求解过程(η 取 0.98),能够得到各温度下本构模型参数值,见表 3。之后根据式(24)能够计算出各温度下岩石三轴应力-应变曲线与试验数据对比,如图 6 所示。

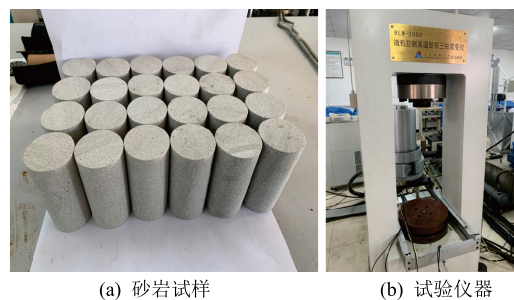


图 5 砂岩试样与仪器

Fig.5 Sandstone samples and triaxial instrument

表 3 不同温度下本构模型参数取值

Table 3 Mechanical parameters in the constitutive model at different temperatures

$T/^\circ\text{C}$	$\sigma_2 = \sigma_3/\text{MPa}$	c_t/MPa	$\phi_t/(^\circ)$	E/GPa	σ_D/MPa	$\varepsilon_D/10^{-3}$	σ_c/MPa	$\varepsilon_c/10^{-3}$	μ	m	$K/10^6$	$A/10^6$	$B/10^6$
25	5	18.24	46.58	33.452	117.21	4.06	46.88	2.21	0.15	6.25	36.05	-2 133.94	33 455.96
60	5	17.48	47.83	31.243	114.10	4.43	45.64	2.41	0.16	4.84	35.55	-6 804.22	31 256.01
100	5	17.22	47.92	30.174	108.21	4.94	43.28	2.68	0.15	3.00	38.95	-67 434.88	30 294.42
150	5	16.87	48.47	28.774	99.78	5.12	39.91	2.78	0.15	2.48	34.59	-332 456.83	26 772.24

注: 阈值应力 $\sigma_c = 40\%\sigma_D$ 。

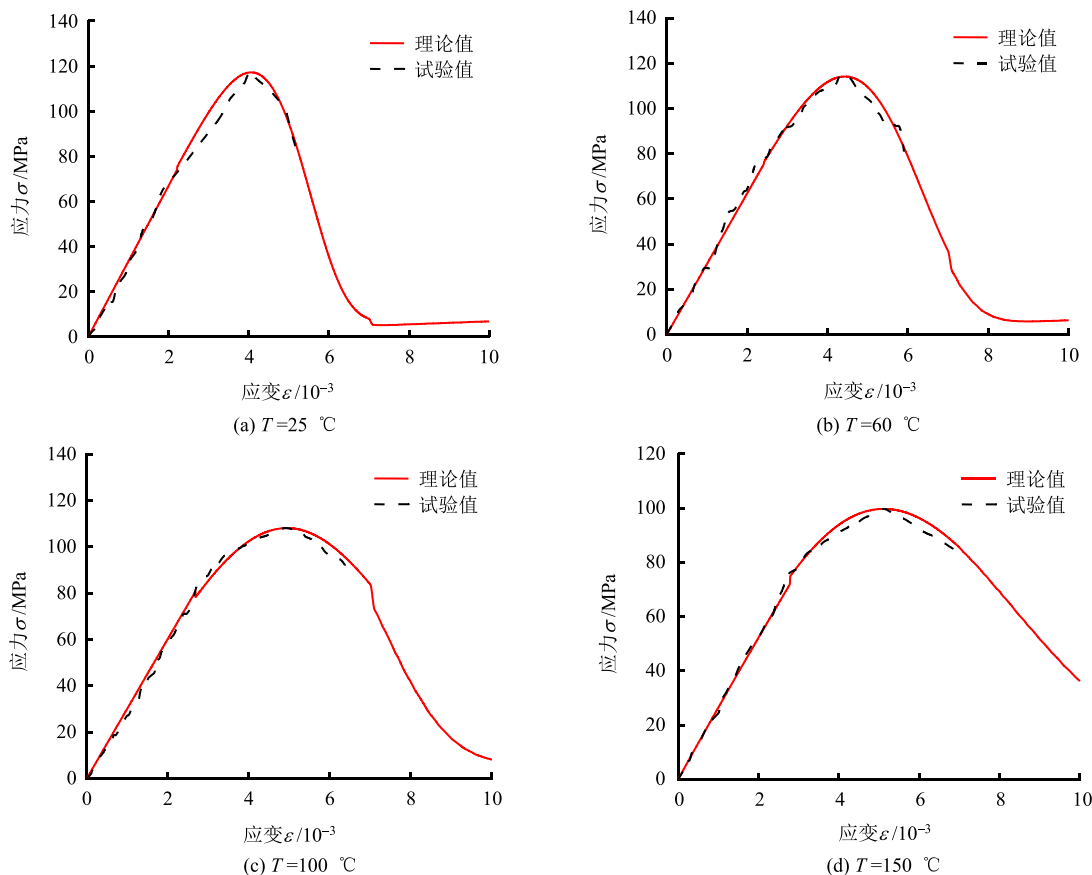


图 6 不同温度下应力-应变关系的理论值与试验值对比

Fig.6 Comparison of theoretical and experimental stress-strain curves under different temperatures

根据图 6 可看出, 本文所构建的基于 Weibull 分布的高温岩石统计损伤模型所计算的理论与试验值相差不大, 充分反映了峰后阶段的趋势, 也能够较好地反映出高温砂岩三轴试验条件下应力-应变关系, 体现出了不同温度作用下砂岩的变形破坏特征; 同时根据本文模型中引入考虑温度效应的 M-C 强度准则相对于文献[6]中的 D-P 准则, 也更符合岩石峰后破坏阶段的规律, 因此根据试验与模型的对比更加印证了本文本构模型的合理性与适用性。

5 结 论

(1) 首先本文假定高温作用下岩石微元体强度服从 Weibull 分布, 根据 Lemaitre 应变等价原理和有效应力概念并引入损伤修正系数 η , 建立了考虑温度效应的岩石损伤方程。

(2) 在考虑岩石变形过程中存在一个损伤阈值点的基础上, 同时将引入温度效应的 M-C 强度准则作为岩石微元的破坏依据, 本文建立了基于 Weibull 分布的高温岩石统计损伤本构模型, 明确了模型各参数的确定方法及意义。

(3) 本文建立的本构模型所需参数均可从单轴和三轴试验结果中计算得到, 且均为常规力学参数, 应用较为方便。通过与文献的结果对比发现: 在单轴试验条件下, 理论结果与文献中的计算曲线趋势相差不大且在峰后阶段更加贴近试验结果; 同时根据高温砂岩的三轴试验数据与本构模型计算所得的理论曲线进行对比, 发现模型能够较好地反映出高温砂岩三轴试验条件下应力-应变关系, 更加能够体现出模型的适用性。

参 考 文 献

- [1] ZUNINO F, CASTRO J, LOPEZ M. Thermo-mechanical assessment of concrete microcracking damage due to early-age temperature rise[J]. **Construction and Building Material**, 2015, 81:140-153.
- [2] LÜ C, SUN Q, ZHANG W Q, et al. The effect of high temperature on tensile strength of sandstone[J]. **Applied Thermal Engineering**, 2017, 111:573-579.
- [3] 陈世万, 杨春和, 刘鹏君, 等. 热损伤后北山花岗岩裂隙演化及渗透率试验研究[J]. **岩土工程学报**, 2017, 39(8): 1493-1500.
CHEN Shi-wan, YANG Chun-he, LIU Peng-jun, et al. Evolution of cracks and permeability of granites suffering from different thermal damages[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2017, 39(8): 1493-1500.
- [4] 曹文贵, 张超, 贺敏, 等. 考虑空隙压密阶段特征的岩石应变软化统计损伤模拟方法[J]. **岩土工程学报**, 2016, 38(10): 1754-1761.
CAO Wen-gui, ZHANG Chao, HE Min, et al. Statistical damage simulation method of strain softening deformation process for rocks considering characteristics of void compaction stage[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2016, 38(10): 1754-1761.
- [5] 吴刚, 邢爱国, 张磊. 砂岩高温后的力学特性[J]. **岩石力学与工程学报**, 2007, 26(10): 2110-2116.
WU Gang, XING Ai-guo, ZHANG Lei. Mechanical characteristics of sandstone after high temperatures[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(10): 2110-2116.
- [6] 徐银花, 徐小丽. 高温下岩石损伤本构模型研究[J]. **广西大学学报 (自然科学版)**, 2017, 42(1): 226-235.
XU Yin-hua, XU Xiao-li. Study on damage constitutive model of rock under high temperature[J]. **Journal of Guangxi University (Natural Science Edition)**, 2017, 42(1): 226-235.
- [7] 胡少华, 章光, 张淼, 等. 热处理北山花岗岩变形特性试验与损伤力学分析[J]. **岩土力学**, 2016, 37(12): 3427-3436, 3454.
HU Shao-hua, ZHANG Guang, ZHANG Miao, et al. Deformation characteristics tests and damage mechanics analysis of Beishan granite after thermal treatment[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(12): 3427-3436, 3454.
- [8] 赵怡晴, 吴常贵, 金爱兵, 等. 热处理砂岩微观结构及力学性质试验研究[J]. **岩土力学**, 2020, 41(7): 2233-2240.
ZHAO Yi-qing, WU Chang-gui, JIN Ai-bing, et al. Experimental study on microstructure and mechanical properties of sandstone after heat treatment at high temperature[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2020, 41(7): 2233-2240.
- [9] 方新宇, 许金余, 刘石, 等. 高温后花岗岩的劈裂试验及热损伤特性研究[J]. **岩石力学与工程学报**, 2016, 35(增刊 1): 2687-2694.
FANG Xin-yu, XU Jin-yu, LIU Shi, et al. Research on splitting-tensile tests and thermal damage of granite under post-high temperature[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2016, 35(Suppl.1): 2687-2694.

- [10] 曹文贵, 方祖烈, 唐学军. 岩石损伤软化统计本构模型之研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(6): 628-633.
CAO Wen-gui, FANG Zu-lie, TANG Xue-jun. A study of statistical constitutive model for soft and damage rocks[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1998, 17(6): 628-633.
- [11] CHAKI S, TAKARLI M, AGBODJAN W P. Influence of thermal damage on physical properties of a granite rock: porosity, permeability and ultrasonic wave evolutions[J]. **Construction and Building Materials**, 2008, 22(7): 1456-1461.
- [12] 王军保, 刘新荣, 李鹏. 岩石损伤软化统计本构模型[J]. 兰州大学学报(自然科学版), 2011, 47(3): 24-28.
WANG Jun-bao, LIU Xin-rong, LI Peng. Statistical damage softening constitutive model for rock[J]. **Journal of Lanzhou University (Natural Sciences)**, 2011, 47(3): 24-28.
- [13] 李树春, 许江, 李克钢, 等. 基于 Weibull 的岩石损伤统计本构模型研究[J]. 湖南科技大学学报(自然科学版), 2007, 22(4): 65-68.
LI Shu-chun, XU Jiang, LI Ke-gang, et al. Study on damages constitutive model of rocks based on Weibull distribution[J]. **Journal of Hunan University of Science & Technology (Natural Science Edition)**, 2007, 22(4): 65-68.
- [14] 李天斌, 高美奔, 陈国庆, 等. 硬脆性岩石热-力-损伤本构模型及其初步运用[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(8): 1477-1484.
LI Tian-bin, GAO Mei-ben, CHEN Guo-qing, et al. A thermal-mechanical-damage constitutive model for hard brittle rocks and its preliminary application[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2017, 39(8): 1477-1484.
- [15] 刘泉声, 许锡昌. 温度作用下脆性岩石的损伤分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(4): 408-411.
LIU Quan-sheng, XU Xi-chang. Damage analysis of brittle rock at high temperature[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2000, 19(4): 408-411.
- [16] LEMAITRE J. A continuous damage mechanics model for ductile fracture[J]. **Journal of Engineering Materials and Technology**, 1985, 107(1): 83-89.
- [17] 曹瑞琅, 贺少辉, 韦京, 等. 基于残余强度修正的岩石损伤软化统计本构模型研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(6): 1652-1660, 1667.
CAO Rui-lang, HE Shao-hui, WEI Jing, et al. Study of modified statistical damage softening constitutive model for rock considering residual strength[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(6): 1652-1660, 1667.
- [18] TIAN Hong, ZIEGLER M, KEMPKA T. Physical and mechanical behavior of claystone exposed to temperatures up to 1 000 °C[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2014, 70: 144-153.
- [19] TIAN Hong. Development of a thermo-mechanical model for rocks exposed to high temperatures during underground coal gasification[D]. Aachen, Germany: Department of Geotechnical Engineering, RWTH Aachen University, 2013: 61-81.
- [20] MARTIN C D, CHANDLER N A. The progressive fracture of Lac du Bonnet granite[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts**, 1994, 31(6): 643-659.
- [21] 朱振南, 蒋国盛, 田红, 等. 基于 Normal 分布的岩石统计热损伤本构模型研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2019, 50(6): 1411-1418.
ZHU Zhen-nan, JIANG Guo-sheng, TIAN Hong, et al. Study on statistical thermal damage constitutive model of rock based on normal distribution[J]. **Journal of Central South University (Science and Technology)**, 2019, 50(6): 1411-1418.
- [22] 李天斌, 高美奔, 陈国庆, 等. 硬脆性岩石热-力-损伤本构模型及其初步运用[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(8): 1477-1484.
LI Tian-bin, GAO Mei-ben, CHEN Guo-qing, et al. A thermal-mechanical-damage constitutive model for hard brittle rocks and its preliminary application[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2017, 39(8): 1477-1484.
- [23] KUANG X, JIAO J J, WAN L, et al. Air and water flows in a vertical sand column[J]. **Water Resources Research**, 2011, 47: W04506.
- [24] XU X L, KARAKUS M, GAO F, et al. Thermal damage constitutive model for rock considering damage threshold and residual strength[J]. **Journal of Central South University**, 2018, 25(10): 2523-2536.